



TITLE:

渦列の運動と非線型干渉 (統計流体力学の研究)

AUTHOR(S):

本橋, 龍郎

CITATION:

本橋, 龍郎. 渦列の運動と非線型干渉 (統計流体力学の研究). 数理解析研究所講究録 1977, 298: 141-160

ISSUE DATE:

1977-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/106252>

RIGHT:

渦列の運動と非線型干渉

東大宇宙研 本橋龍郎

§1. はじめに

流れに平行に置かれた薄い平板の後流には、二列に並んだ渦列が観測される。一方、後流中の速度変動は、下流に伝わる波動と見做すことができる。この波は、振巾が増大するにつれて、非線型干渉を起し、最終的には、乱れた乱流の波へと変化していく。速度変動波形の非線型干渉と渦列の関係について、実験結果と数値計算の両面から議論することにする。一様流速 U_0 は 10 m/s 、板の長さは 30 cm 、板の長さとした Reynolds 数は 2×10^5 、後縁から約 2 m 下流の側壁からスピーカーで単音 (r.m.s. 20.3 volt) を後流中に導入した。数値計算は、Hamel 渦の重ね合わせとして渦列を表わし、平均流分布、速度変動分布、及びそのスペクトルを計算した。

§2. 平板の後流

平板の後流は、5つの領域に分けて考えることができる。

(図1を参照)

(1) 線型領域 ($x = 0 \sim 25 \text{ mm}$, x は後縁からの距離)

流れが徐々に非定常になり、正弦的な速度変動が発生してくる。変動の流れ方向への増巾率は、線形安定理論で予測される値と良く一致する。又、平均流分布の流れ方向への変化とともに増巾率も変化する。この領域では、渦の発生は見られない。

(2) 非線型領域 ($x = 25 \sim 150 \text{ mm}$) - 2次元 -

正弦的な速度変動は、振巾が増大するに従って、非線型的干渉を起し、高調波成分を含むようになる。高調波成分の発生は、渦列の発生に対応する。この領域では、速度変動の二次元性と周期性は、まだ持続している。

(3) 非線型領域 ($x = 150 \sim 600 \text{ mm}$) - 3次元 -

2次元的な渦列が不安定になり、徐々に3次元的な変形が増大してくる。しかし、流れ方向の速度変動成分を観測するかぎりでは、依然として周期的である。又、この領域は、流れの特性を表わす諸量、即ち平均流分布や変動の分布があまり変化しないため“非線型平衡領域”と呼ばれている。3次元的な変形が、緩慢に起るためであると思われる。

(4) 偶然化領域 ($x = 600 \sim 1200 \text{ mm}$)

今まで周期的であった速度変動の波形が、この領域に入る

と、その周期性が破れてくる。Sato and Saito (1975)によると、 $x=600\text{ mm}$ 前後から不規則さ (Randomness) が増え、 $x=1200\text{ mm}$ 位で乱流になる。従って、この領域は、渦列が強い3次元的な変形によって、崩壊していく過程に相当する。

(5) 乱流領域 ($x \geq 1200\text{ mm}$)

この領域では、速度変動の波形やそのスペクトル、振巾密度分布から判断して乱流であると考えられる。

今回の報告は、後流の2次元性が比較的よく保たれている $x=200\text{ mm}$ までの渦列の運動と非線型干渉との関係を扱っている。渦列の運動のみについては、本橋 (1976) を参照していただきたい。又、多音 (multi-sound) を用いた実験に関しては、佐藤 et. al. (1975), Sato and Saito (1976) を参照していただきたい。

§3. 非線型干渉

非線型干渉を起す原因は、流体の運動が非線型項を含む Navier-Stokes の方程式によって記述されるところにある。非線型干渉による効果を次のように3つの効果に分けて考えることにする。

- (i) 平均流の変形
- (ii) 高調波成分の発生
- (iii) 和と差成分の発生

(i) 平均流の変形

各スペクトル成分が、自分自身と干渉することによって、(Reynolds stressを通して) 平均流分布を変形させる。Blasius型の速度分布から急激に後流の速度分布へと変化していく様子が図2に示されている。非線型干渉による平均流分布の変化は、 $x=40\text{ mm}$ あたりから顕著になってくる。変化の様子は、 U_c (中心線上の平均流速) と b (半値巾) によって特徴づけられる。即ち、この2つの量は、 $x=30\sim 60\text{ mm}$ で急激に増大する。その後、半値巾は、 $x=100\text{ mm}$ まで速やかに減少し、一定になる。 U_c は、 $x=70\text{ mm}$ あたりで最大値をとり、 $x=120\text{ mm}$ までほんのわずかに減少した後、徐々に増大する。 U_c が減少し始める $x=90\text{ mm}$ あたりから、 $y=\pm 3.5\text{ mm}$ 付近の平均流速が一様流速 U_0 より大きくなる現象 (overshoot) が観測され、これは $x=200\text{ mm}$ 前後まで存在する。

(ii) 高調波成分の発生

あるスペクトル成分が、自分自身と干渉を起した時には、前述の平均流分布の変形のみでなく、その成分の高調波成分 (harmonics) を発生させる。図3は、 597 Hz の音を後流中に導入したときの速度変動スペクトルである。後縁のすぐ近くでは、卓越した周波数成分は存在しない。しかし、導入された音の周波数をもった速度変動成分 (基本成分) が、線型領

域で増巾され、観察されるようになってくる。 $x=20\text{ mm}$ では、非線型干渉による高調波成分の発生が見られる。音を導入しない自然遷移の場合には、 $x=30\text{ mm}$ になってはじめて、高調波成分の発生が見られる。自然遷移の場合には、連続スペクトルの占める割合が大きくなっていくのが特徴的なことである。後流中に2列の渦列が存在するときには、中心線上で偶数次の高調波成分（特に第2高調波）が、基本成分及び奇数次の高調波成分よりも大きくなることから、実験的にも渦モデルを用いた数値計算の結果からも結論される。

(iii) 和, 差成分の発生

今、周波数 f_1 と f_2 ($\neq f_1$) をもった速度変動 u_{f_1} , u_{f_2} は、振巾が大きくなるとお互いに干渉しはじめる。その結果、 $f_1 \pm f_2$ の周波数もった成分 $u_{f_1 \pm f_2}$ が発生する。このような非線型干渉の過程を2つに分けて考える。即ち、

(iii)-1; 連続スペクトルと線スペクトルの干渉

(iii)-2; 線スペクトル成分間の干渉

である。

(iii)-1; 連続スペクトルと線スペクトルの干渉

この現象は、後流中に単音を導入し、その周波数を変化させることによつて観測される。この干渉がもっともはっきり現われるのは 515 Hz の音を用いた時である(図4)。

この時は、線型領域で増巾されてきた連続スペクトル (600 Hz と 650 Hz にピークをもつ) と音によって誘起された 515 Hz の速度変動が干渉を起し、差の周波数をもった連続スペクトルが、 100 Hz 前後に発生している。さらに、その成分ともとの 515 Hz が干渉を起し、 400 Hz 付近にも連続スペクトルが観測される。音の周波数が、線型領域で大きな増巾率をもつ周波数帯 ("linear window" と呼ぶことにする) に含まれていると、線スペクトルとその高調波成分のみが存在する (ii) の場合に相当する。さらに音の周波数が、高周波側にあるときには、成長率も小さく、したがって、誘起される速度変動も小さいため、差成分の発生もわずかである。

(iii)-2; 線スペクトル成分間の干渉

非線型干渉の基本になっているのは、2つの周波数成分間の干渉である。従って、2つ以上の音を用いた非線型干渉の実験は、Sato (1970) 以来多くの研究者によって、様々な流れ場に対して行なわれている。今回も2つの周波数をもった音を後流中に導入し、それぞれの音によって誘起される速度変動間の干渉を $x=40\text{ mm}$, $y=1.3\text{ mm}$ に於いて観測した。1つの音は 597 Hz (f_a とする) に固定し (白い矢印)、他の音の周波数 (f_b) を変化させた (黒い矢印)。図5は、 $f_b=515\text{ Hz}$ の場合のスペクトルを表わしている。2つの速度変動成分 u_{f_a} と u_{f_b} に

よる非線型干渉によって、差成分 $u_{|f_a-f_b|}$ ばかりでなく、その高調波 $u_{2|f_a-f_b|}$ の成分も発生している。さらに、 $u_{|f_a-f_b|}$ と $u_{2|f_a-f_b|}$ がもとの u_{f_a} と干渉を起し、 $f_a+|f_a-f_b|$, $f_a+2|f_a-f_b|$, $f_a+3|f_a-f_b|$ の周波数をもった成分までも発生している。

$f_b = 622, 646, 665 \text{ Hz}$ のときには、非常に強い非線型干渉 ("Resonant interaction" と呼ぶことにする。) が生ずる。このときは、 $f_a \pm m|f_a-f_b|$ (m : 整数) であらわされる周波数をもった速度変動がすべて存在する。このように強い非線型干渉は今まで観測されたことがなかった。この Resonant interaction の起る条件は 2 つあると思われる。

- ① 2 つの音によって誘起される速度変動の大きさがほぼ等しいこと。
- ② $f_a = m|f_a-f_b|$, $f_b = (m \pm 1)|f_a-f_b|$ という関係が周波数のうえで成立していること。

§4. 渦モデル

図6は実験データを用いて描いた瞬間流線である(本橋(1976)を参照)。今回は、これらの渦の配置と非線型干渉との関係と論ずるために、渦モデルを用いて人為的に流れ場を合成し、その特性を計算した。渦として、Hamel 渦を用いた。

Hamel渦の周速度分布は、

$$v_{\theta} = (\Gamma_0/2\pi r) \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right\}$$

で表わすことができる。ここで r は渦の中心からの距離、 Γ_0 は渦の強さを表わす初期循環、 t は渦の広がりを表わす量で渦の半径 r_* を用いると $r_*^2 = 1.12 \times (4\nu t)$ と書くことができる。

このような渦を図7のように2列に、交互に並べ、 Γ_0 , r_* , h , $\lambda (=2a)$, を変化させて、速度場、スペクトル成分の分布等を計算した。(実際には、 Γ_0 と $\lambda \equiv h/r_*$ の2つのパラメータを変化させた。) このような渦モデルの計算から次のことが分かった。

① $\lambda = 0.0$; 渦列が中心線上に並んでいるときは、基本成分が大きく、その高調波成分は、非常に小さい。渦列によって生ずる平均流成分は存在しない。従って、平均流は変形を受けない。

② $0 < \lambda \leq 1.0$; 基本成分及び奇数次の高調波は、中心線の左右にピークをもつ2山の分布をし、偶数次の高調波は、中心線上と左右にピークをもつ3山の分布をしている。平均流は、渦列の存在によって変形を受ける。 U_0 は、 λ が大きくなるに従って減少する。

- ③ $A > 1.0$; 基本成分は、左右に2つずつのピークをもつ4つの山の分布を示す。第2高調波も中心線上のピークに“くぼみ”を生ずる。

上記の渦列モデルでは、渦の強さ Γ_0 や渦列の縦横の配置 (l, h) は、時間的に変化しないとして計算を行なった。しかし、このモデルでは、非線型干渉の項で述べた差成分の発生を説明することができない。差 (8.4.4) 成分発生のメカニズムは、渦列全体の不安定性によって説明される。即ち、 Γ_0, a, h などのパラメーターが、時間的に不安定になり、変動が生じてくる。この変動の周波数が、差成分の周波数に等しくなるのである。勿論、この変動は、3次元的不安定性によって引き起こされることは明らかである。しかし、本研究では、2次元の渦モデルの Γ_0, a, h を変化させるという近似のもとに計算を行なった。

- (i) $\Gamma_0 = \Gamma_{00}(1 + \varepsilon \cos(\omega_m t))$; 渦の強さが、周期的に変化する場合に対応する (A.M. 変調, Amplitude modulation)。
従って、変調波によって、上, 下是一对の側帯波が観測される。(図8.(b))
- (ii) $a = a_0(1 + \varepsilon \cos(\omega_m t))$; 流れ方向の渦の間隔 a は、渦の周波数を決定しているパラメーターである。
従って、 a が時間的に変動することは、周波数

が変調を受けることに対応する (F.M. Frequency modulation)。波形が周波数変調を受けた時には、Bessel 関数で決定されるような側帯波が発生する。(図8.(c))

(iii) $h = h_0(1 + \varepsilon \cos(\omega_m t))$; 流れに垂直方向の渦列の間隔 h が、時間的に変化すると、渦列は上述の (i), (ii) の変化を同時に受けることになる。この擾動は、渦列全体が、揺動 (meandering) することに対応するので重要である。多くのスペクトル成分の発生が見られる。(図8.(d))

以上、三つのパラメーター Γ, a, h を時間的に変化させることによって、差成分及びその高調波等の発生を、ある程度説明できることが分かった。しかし、実際のスペクトルで、各々のパラメーターの擾動による寄与を分離して測定することは困難である。

§5. むすび

薄い平板の後流の中で起る速度変動の非線型干渉と同じ後流中に発生する渦列の運動との関係に対する考察を行なった。実験結果及び数値計算の両面から考えて、次の結論が導かれる。

(1) 非線型干渉による高調波成分の発生と平均流の分布は、

渦列の発生とその定常的な運動によって説明される。

(2)非線型干渉による2つのスペクトル成分の和及び差成分の発生は、渦列の非定常的な運動によるものと思われる。

参考文献

- 1) 佐藤浩, 斎藤博之助, 本橋龍郎.

「後流の層流-乱流遷移を音によって制御する実験」

1975年10月, 流体力学講演会講演集 pp.183-186.

- 2) 本橋龍郎.

「2次元後流における渦運動」

1976年10月, 流体力学講演会講演集 pp.118-121.

- 3) Sato, H. and Saito, H.

「Fine-structure of energy spectra of velocity fluctuations in the transition region of a two-dimensional wake.」

J.F.M. (1975) vol.67, pp.539-559.

- 4) Sato, H. and Saito, H.

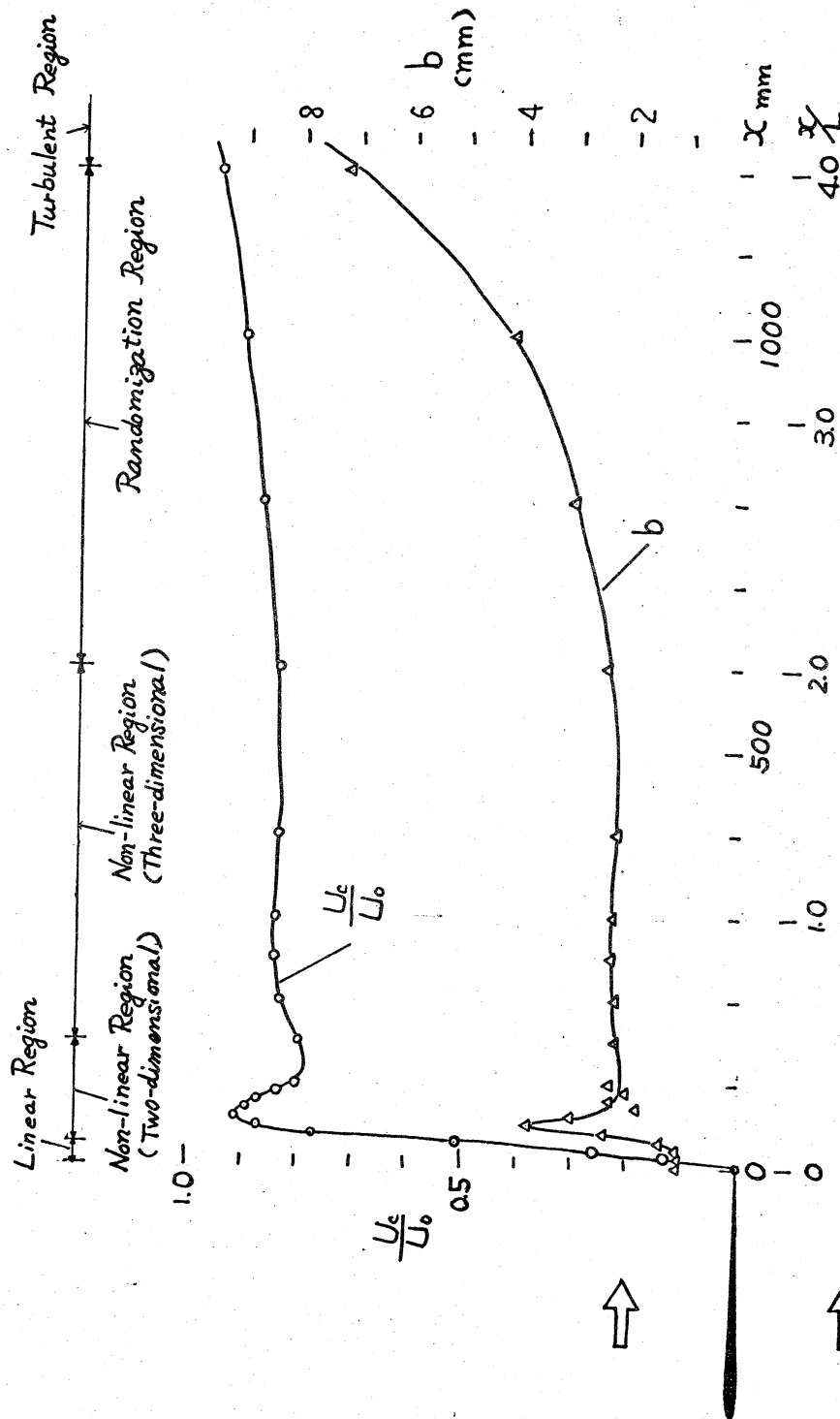
「An experiment on the control of laminar-turbulent transition of a wake by external sound」

I. U. T. A. M. Symposium, 1976年9月

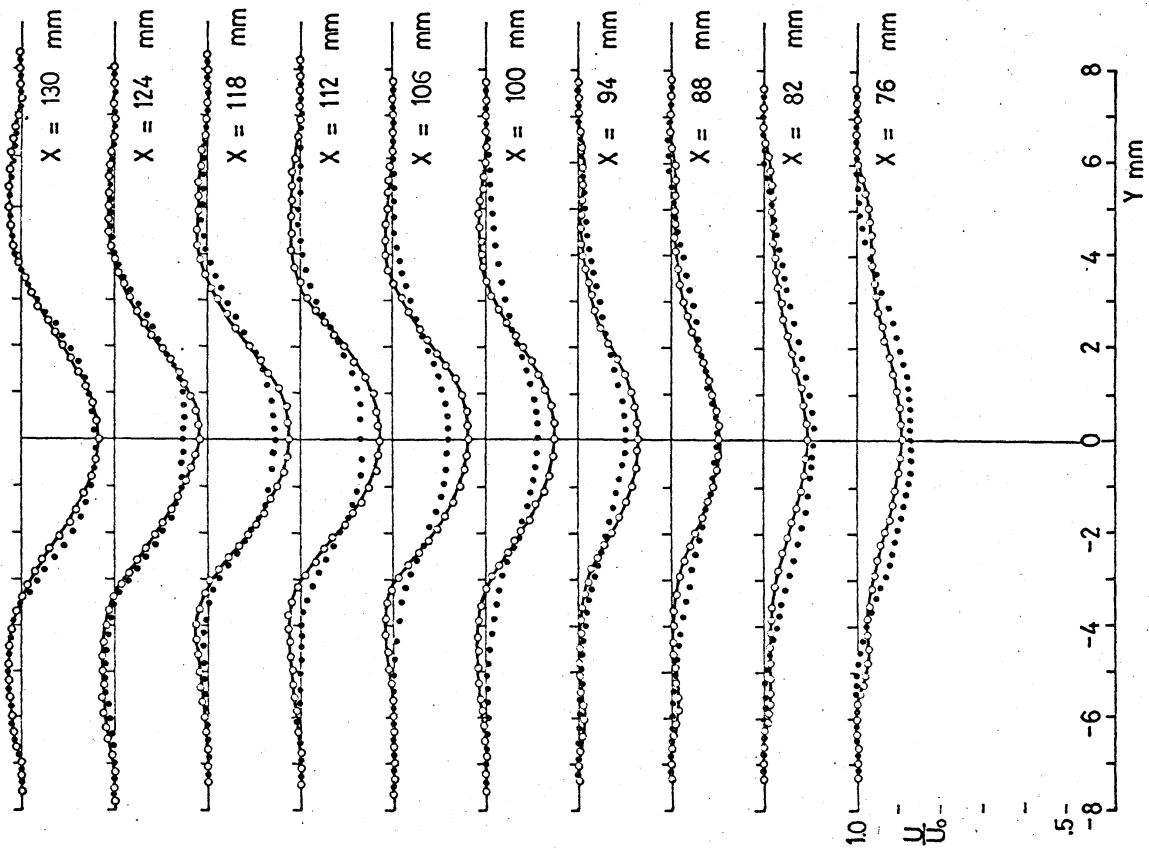
5) Sato, H.

「An Experimental Study of Non-linear Interaction of Velocity fluctuations in the Transition Region of a Two-dimensional Wake」

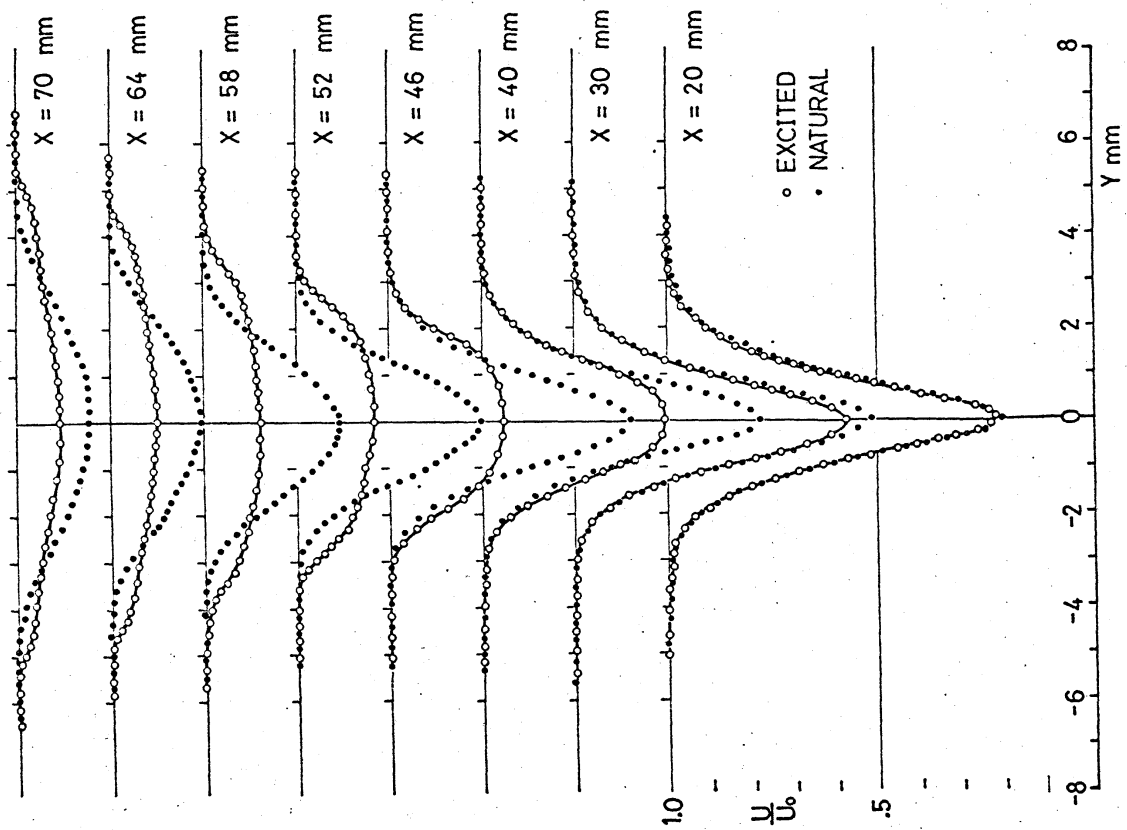
J. F. M. (1970), vol. 44, pp. 741-765.



1

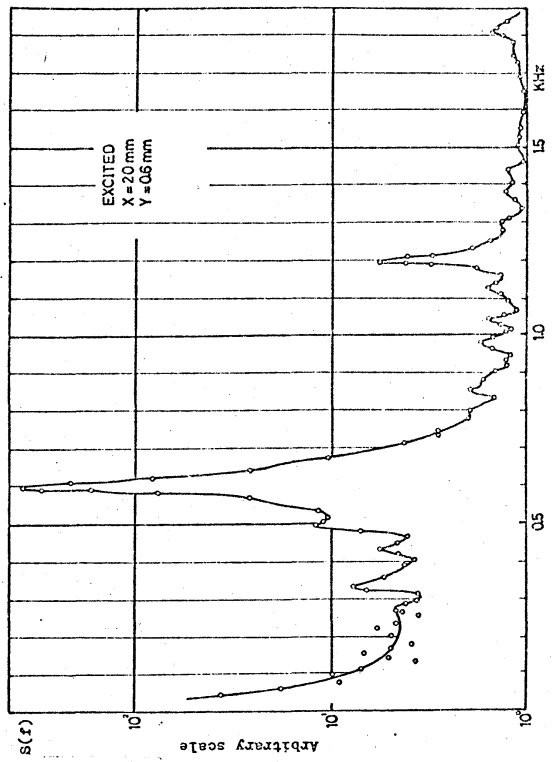
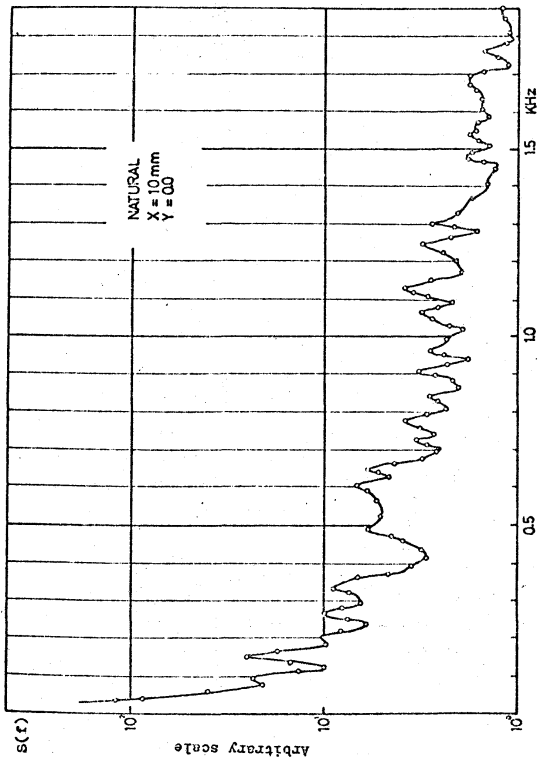
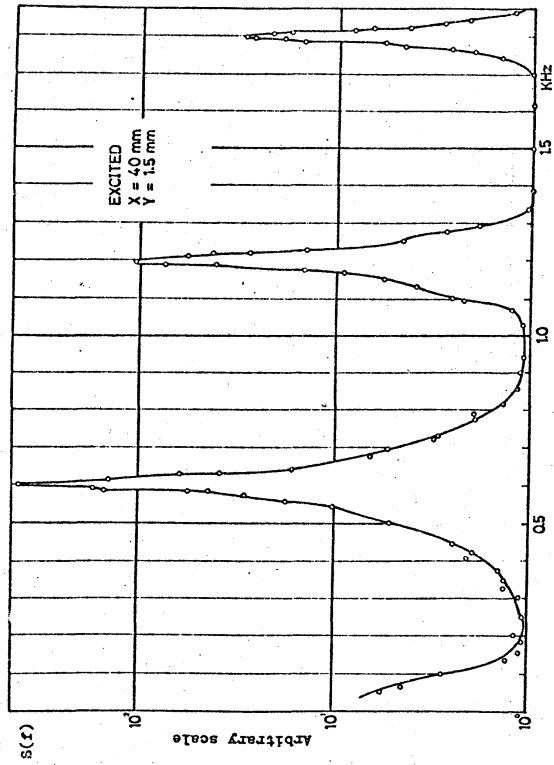
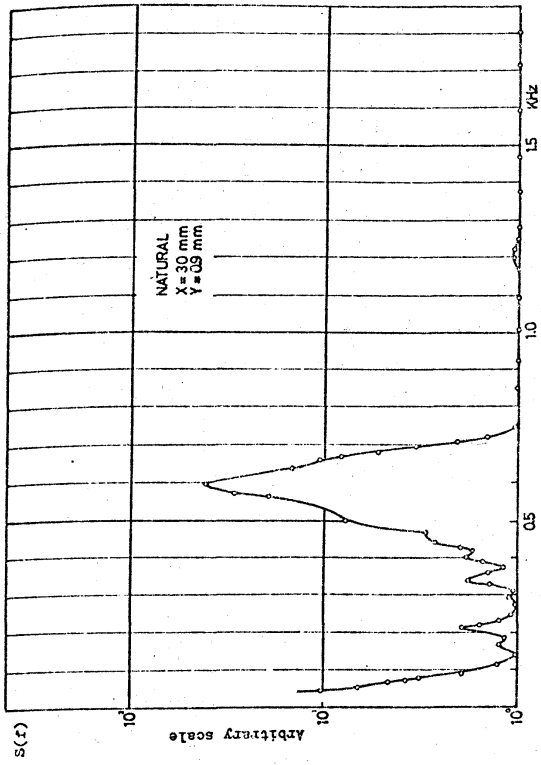


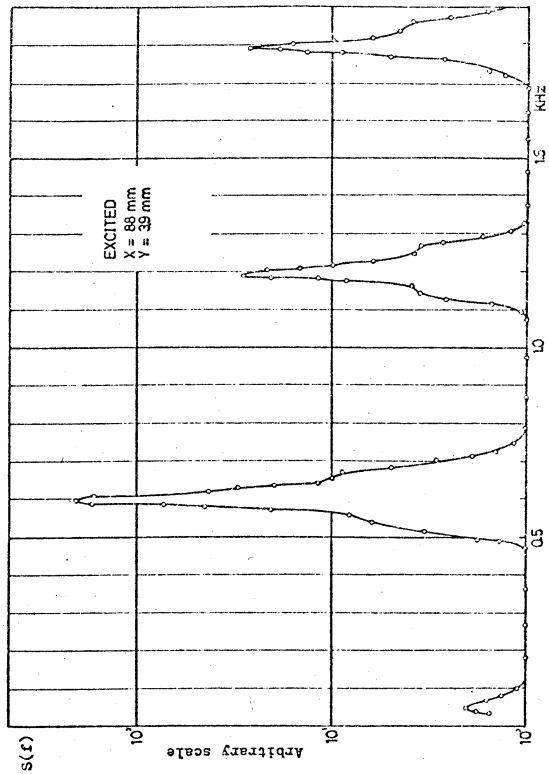
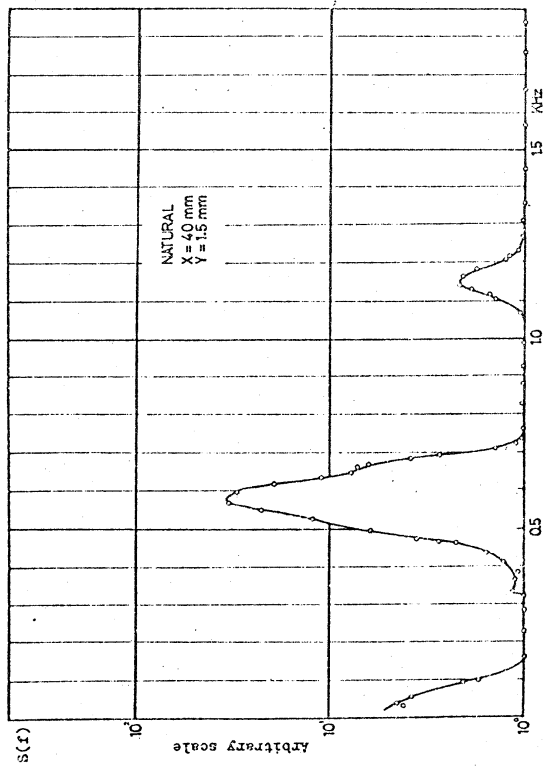
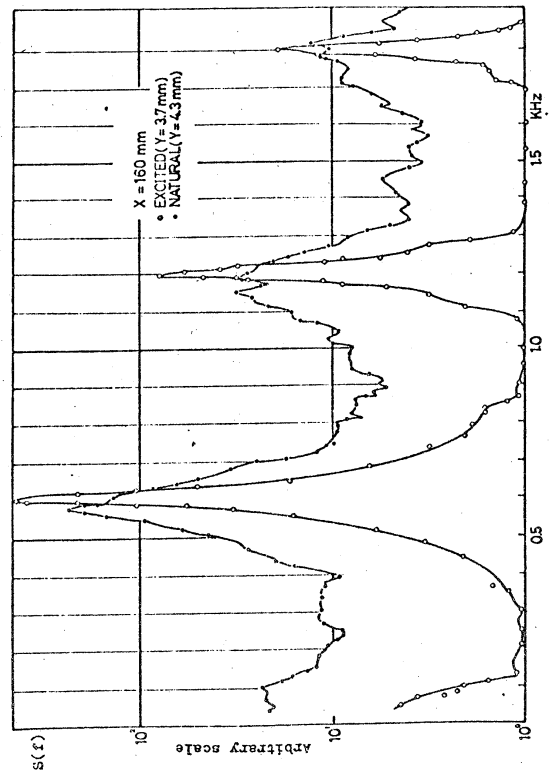
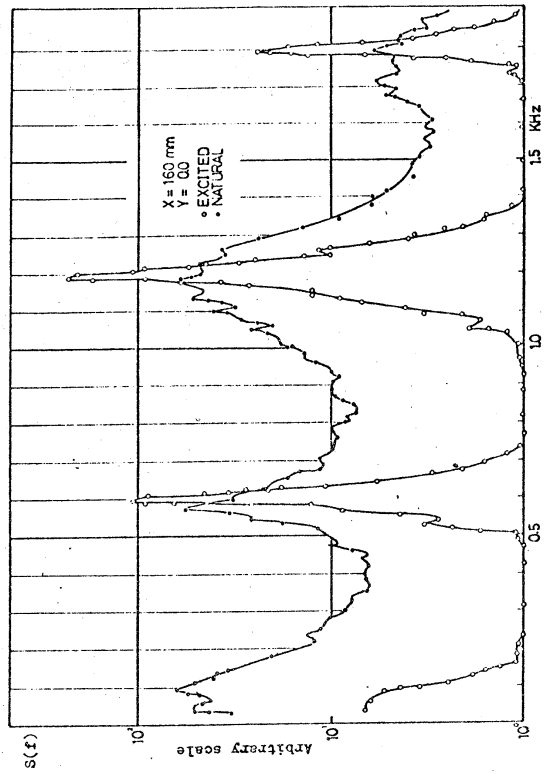
(b) Mean velocity distribution
 o excited by sound, • natural transition

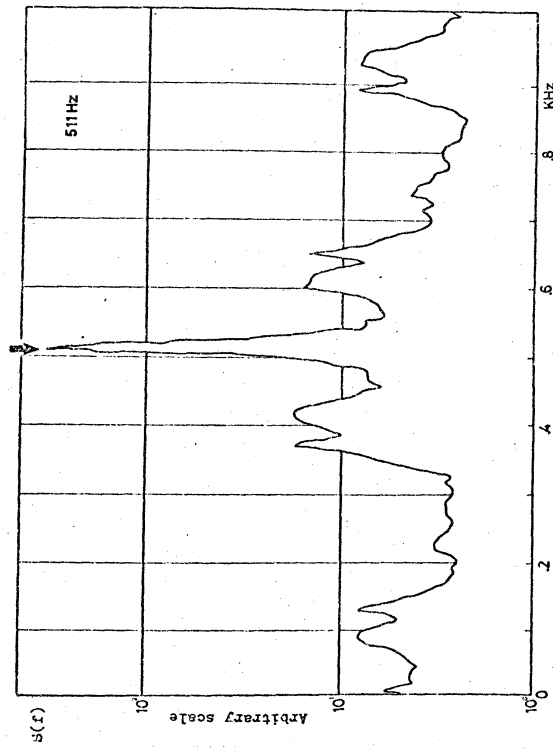
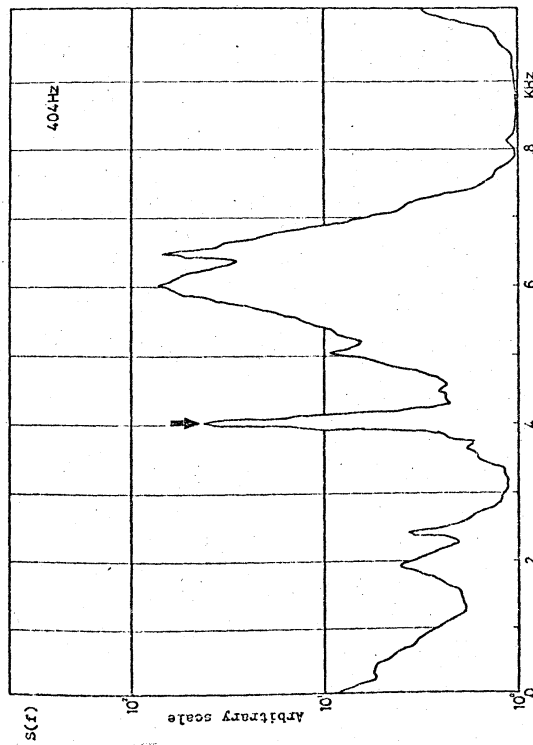
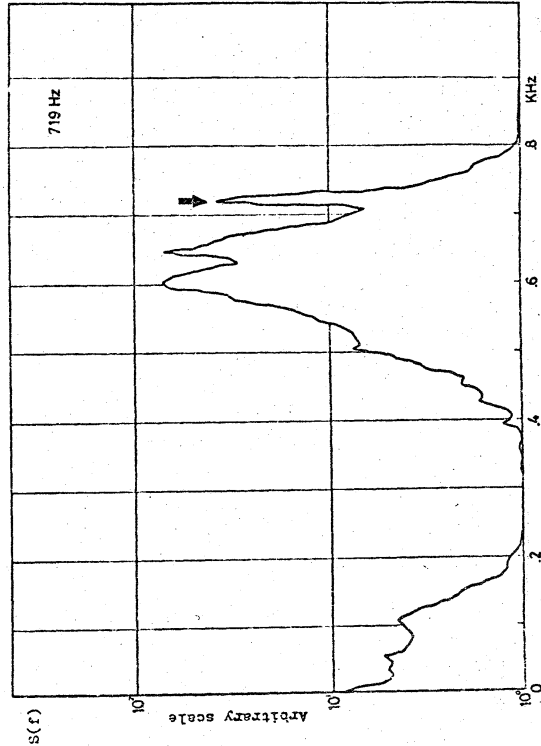
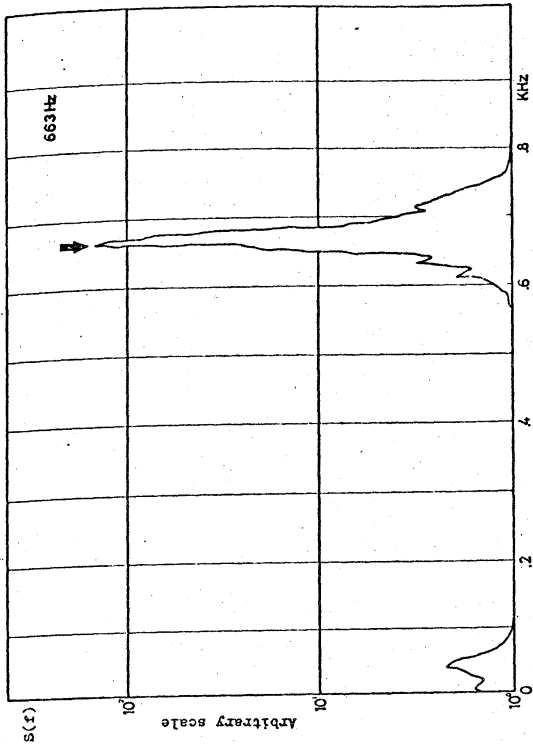


(a) Mean velocity distribution
 o excited by sound, • natural transition

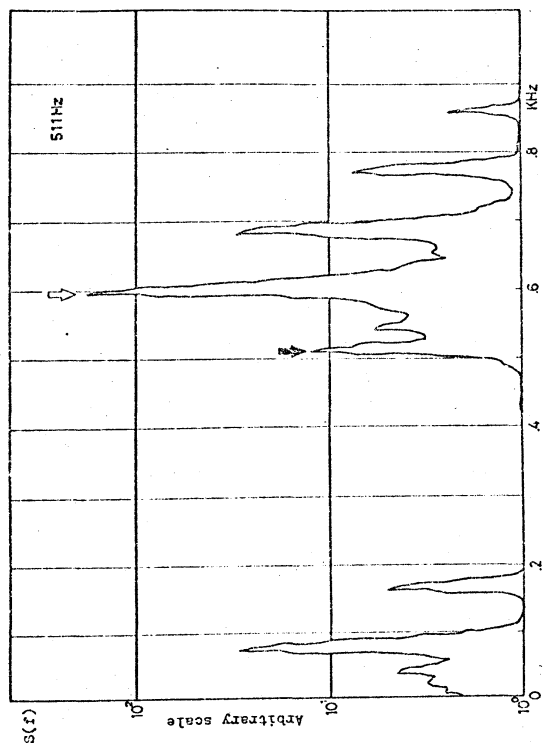
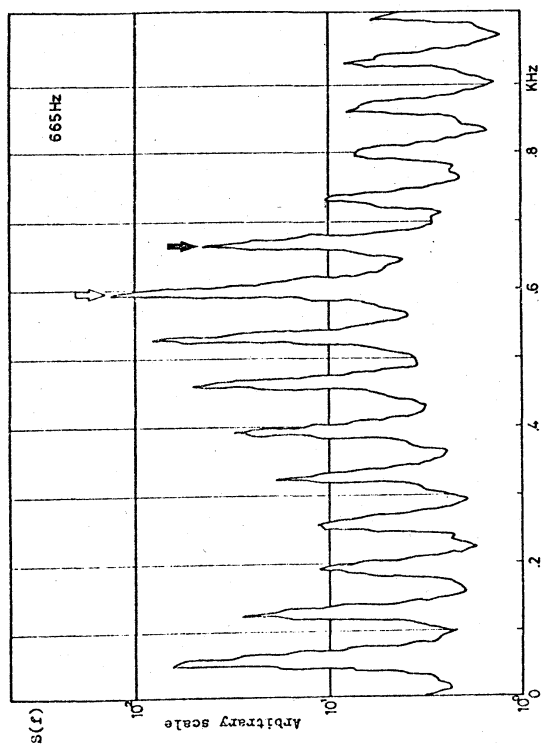
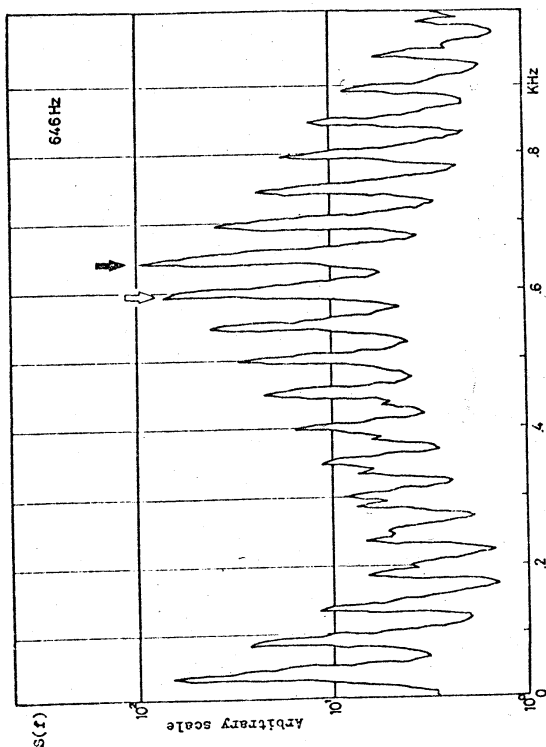
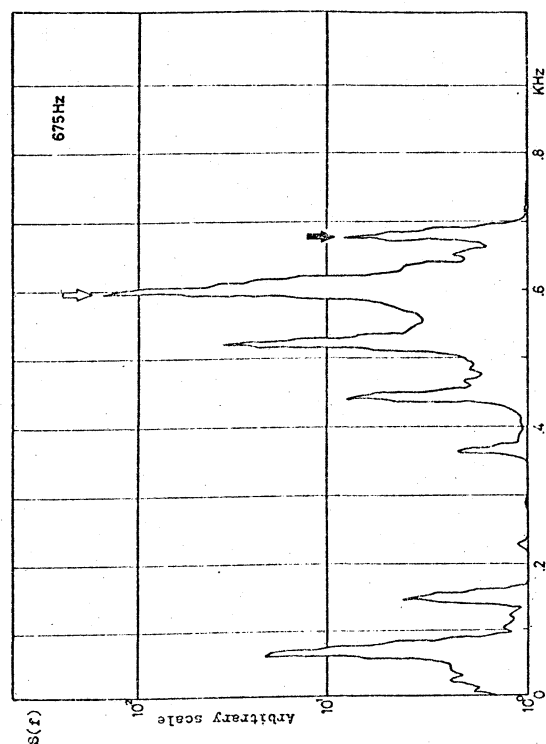
3







4.



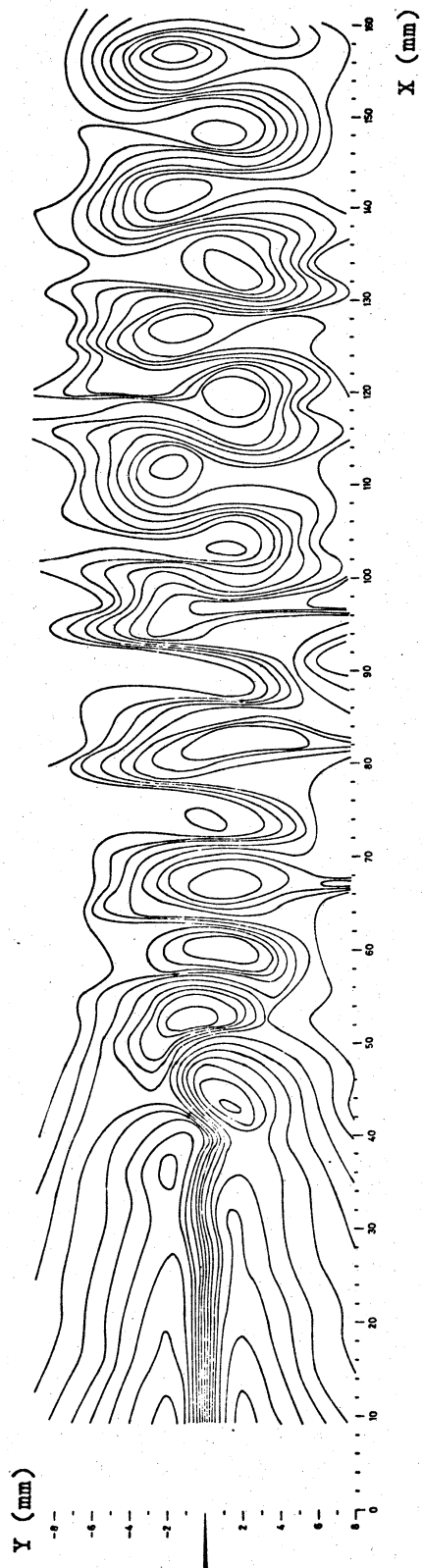
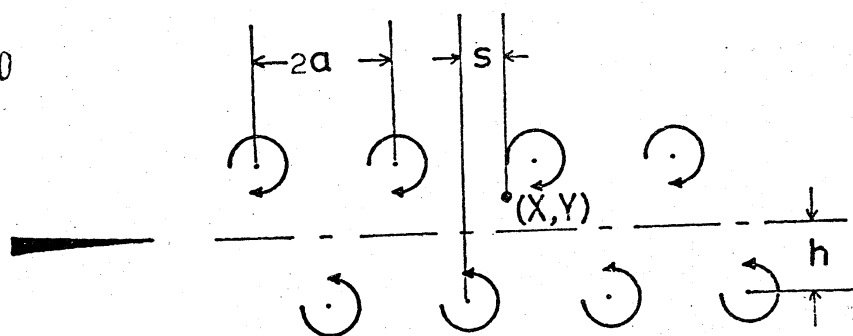
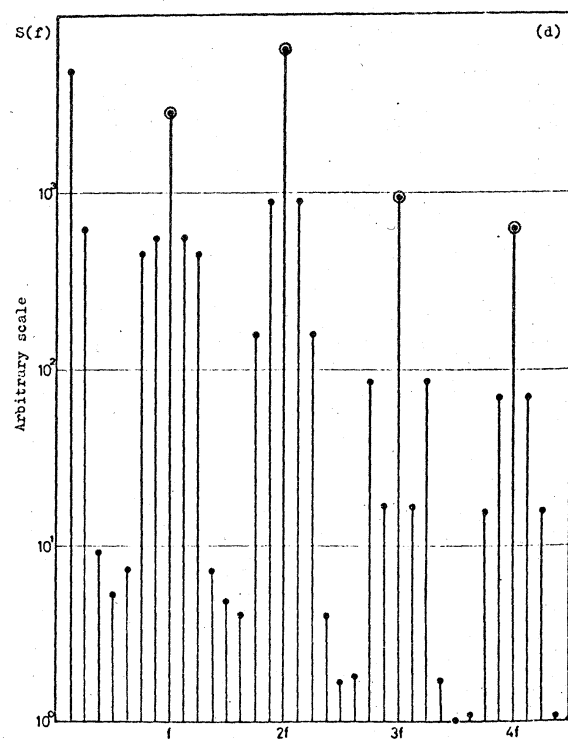
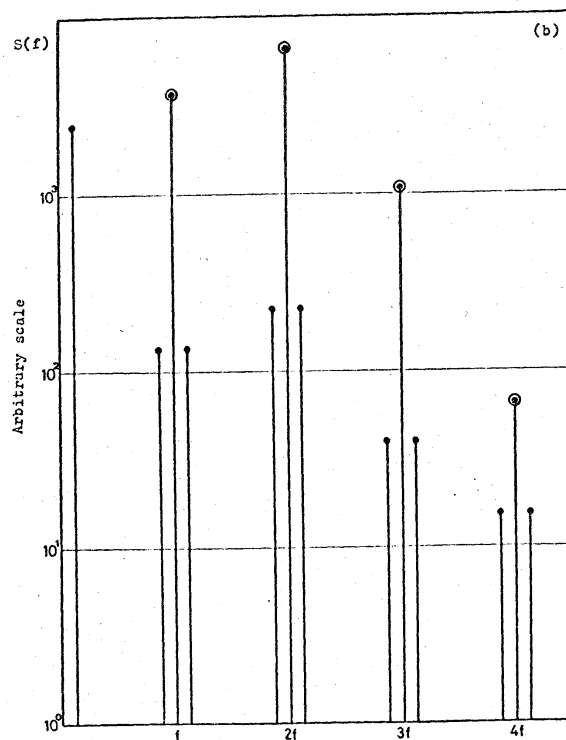
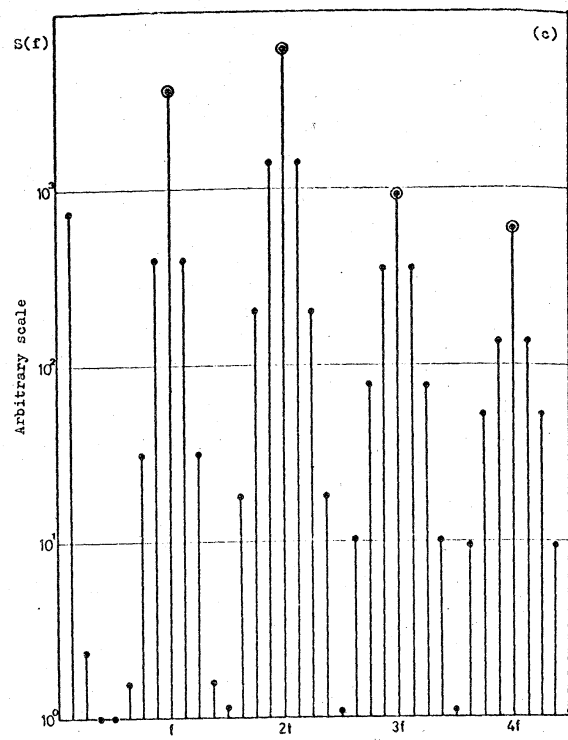
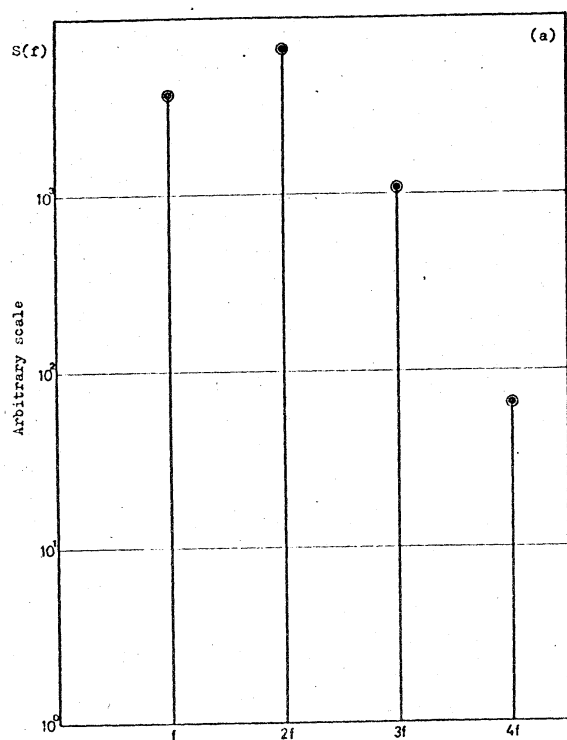


Fig 6. Instantaneous flow pattern
($t=0.0$, reference speed; $0.91U_0$)



7.



8.